

- 質問は matsuo@mist.i.u-tokyo.ac.jp まで。バグ等補足情報は講義HPにて。
- 提出日：12月13日(金) 17時。提出先：~~駒場アドミニストレーション棟レポート提出箱。~~
(~~※本郷学生は工6号館1階松尾のメールボックスでもよい。電子メールでPDF提出等は不可。~~)
- A4サイズ、学籍番号・名前・学科(コース)名明記、~~左上ホチキス止め。~~
- 無印=必須、(【計】=計算機を使う課題、【手】=手で解く問題)はどちらかを選択。
満点は【計】>【手】。
- 計算機を使う課題においては、計算環境(PCの性能や使用した言語、ソフト)を明示すること。

LMS提出とします

第1問 次の2つの行列に対し初期ベクトル $(1, 1, 1)^T$ から出発してべき乗法を適用せよ。結果はそれぞれどう解釈されるか。

$$A_1 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

注意：手(電卓)計算でやるときは、整数性を保つためにベクトルを正規化しない方が楽。

第2問 【計】 適当な行列に対し講義で紹介した連立一次方程式の解法を適用し、その挙動を観察・考察せよ。下記の要素は任意であり、自分の発想でテーマを設定して論ずることに期待する。

- テスト行列の数、種類、大きさ、性質(対称・非対称、正定値かそうでないか、疎か密か、など)
- 採り上げる手法(直接法、定常反復法、非定常反復法)
- 考察の論点(収束速度、計算時間、SORであれば加速パラメータ ω に対する依存性、CG法であれば前処理の有無と条件数、直接法ではフィルインの様子、など)
- プログラミングの程度(言語、自分でアルゴリズムをコーディングするか既存のルーチンを使うか)

実際の科学・工学で現れる行列はいくつかの有名アーカイブに収集されており、そのひとつを松尾のHP上で紹介している(MATLAB形式で読み込める)。

最低限、「問題設定」「実験」「考察」が揃い意味を成していれば合格点を与える。優れた内容に対してはその分加点を与える。

第3問 【手】

(1) 任意の(正則な) A に対して、 $A^T A$ が正定値対称行列となることを示せ。従って A が一般の非対称行列のとき、 $A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$ に対するCG法が考えうるが、これは通常実用的算法とは見なされない。 $\text{cond}_2(A^T A) = (\text{cond}_2(A))^2$ を示し、これに基づいて上の理由を説明せよ。

(2) 固有値問題に対するQR法を同時反復法から導出せよ(=講義資料の略証をきちんと書き下せ)。

(番外) 講義についての要望・感想等があったら書いてください。(有意な意見に対しては、成績「 $+\varepsilon$ ($\varepsilon > 0$)」)

※即対応が望まれる要望はこれに依らず直接松尾に伝えてください。

参考：数値計算にあたっての注意

■ MATLAB/Scilab :

今回のレポートにはたとえば次の関数 (Scilab) が有用であろう。

<code>[L U]=lu(A)</code>	LU 分解 (枢軸選択するときは左辺が <code>[L U P]</code>)
<code>cond(A)</code>	<code>cond₂(A)</code>
<code>spec(A)</code>	A の固有値 (<code>ev</code> はベクトル) (MATLAB は <code>eig(A)</code>)
<code>inv(A)</code>	A^{-1} (使わないで欲しいがチェック用に)
<code>norm(v,p)</code>	ベクトルの p 乗ノルム ($p=2$ のとき省略可)
<code>norm(A,p)</code>	行列の p 乗ノルム ($p=2$ のとき省略可)

注： $\|\cdot\|_{\infty}$ は, `norm(v,'inf')` (Scilab), `norm(v,inf)` (MATLAB)。

講義 HP に Scilab サンプルプログラムを掲載予定なので, 色々試してみるとよい。(コードについては HP で説明した.)