

- 質問は matsuo@mist.i.u-tokyo.ac.jp まで。バグ等補足情報は講義HPにて。
- 提出日：12月13日(金) 17時。提出先：~~駒場アドミニストレーション棟レポート提出箱。~~
(~~※本郷学生は工6号館1階松尾のメールボックスでもよい。電子メールでPDF提出等は不可。~~)
- A4サイズ，学籍番号・名前・学科（コース）名明記，~~左上ホチキス止め。~~
- 無印＝必須，（【計】＝計算機を使う課題，【手】＝手で解く問題）はどちらかを選択。
満点は【計】 > 【手】。
- 計算機を使う課題においては，計算環境（PCの性能や使用した言語，ソフト）を明示すること。

LMS提出とします

第1問 次の2つの行列に対し初期ベクトル $(1, 1, 1)^T$ から出発してべき乗法を適用せよ。結果はそれぞれどう解釈されるか。

$$A_1 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

注意：手（電卓）計算でやるときは，整数性を保つためにベクトルを正規化しない方が楽。

第2問 【計】 適当な行列に対し講義で紹介した連立一次方程式の解法を適用し，その挙動を観察・考察せよ。下記の要素は任意であり，自分の発想でテーマを設定して論ずることに期待する。

- テスト行列の数，種類，大きさ，性質（対称・非対称，正定値かそうでないか，疎か密か，など）
- 採り上げる手法（直接法，定常反復法，非定常反復法）
- 考察の論点（収束速度，計算時間，SORであれば加速パラメータ ω に対する依存性，CG法であれば前処理の有無と条件数，直接法ではフィルインの様子，など）
- プログラミングの程度（言語，自分でアルゴリズムをコーディングするか既存のルーチンを使うか）

実際の科学・工学で現れる行列はいくつかの有名アーカイブに収集されており，そのひとつを松尾のHP上で紹介している（MATLAB形式で読み込める）。

最低限，「問題設定」「実験」「考察」が揃い意味を成していれば合格点を与える。優れた内容に対してはその分加点を与える。

第3問 【手】

(1) 任意の（正則な） A に対して， $A^T A$ が正定値対称行列となることを示せ。従って A が一般の非対称行列のとき， $A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$ に対するCG法が考えうるが，これは通常実用的算法とは見なされない。 $\text{cond}_2(A^T A) = (\text{cond}_2(A))^2$ を示し，これに基づいて上の理由を説明せよ。

(2) 固有値問題に対するQR法を同時反復法から導出せよ（＝講義資料の略証をきちんと書き下せ）。

（番外）講義についての要望・感想等があったら書いてください。（有意な意見に対しては，成績「 $+\varepsilon$ ($\varepsilon > 0$)」)

※即対応が望まれる要望はこれに依らず直接松尾に伝えてください。

参考：数値計算にあたっての注意

■ MATLAB/Scilab :

今回のレポートにはたとえば次の関数 (Scilab) が有用であろう。

| | |
|--------------------------|---|
| <code>[L U]=lu(A)</code> | LU 分解 (枢軸選択するときは左辺が <code>[L U P]</code>) |
| <code>cond(A)</code> | <code>cond₂(A)</code> |
| <code>spec(A)</code> | A の固有値 (<code>ev</code> はベクトル) (MATLAB は <code>eig(A)</code>) |
| <code>inv(A)</code> | A^{-1} (使わないで欲しいがチェック用に) |
| <code>norm(v,p)</code> | ベクトルの p 乗ノルム ($p=2$ のとき省略可) |
| <code>norm(A,p)</code> | 行列の p 乗ノルム ($p=2$ のとき省略可) |

注： $\|\cdot\|_{\infty}$ は, `norm(v,'inf')` (Scilab), `norm(v,inf)` (MATLAB)。

講義 HP に Scilab サンプルプログラムを掲載予定なので, 色々試してみるとよい。(コードについては HP で説明した.)